

# Actionneurs hydrauliques

## Conception préliminaire

par **Jean-Charles MARÉ**

Ingénieur de l'Institut national des sciences appliquées (INSA) de Toulouse  
Professeur des universités à l'INSA de Toulouse

<b>1. Architecture.....</b>	<b>S 7 530 - 3</b>
1.1 Génération et distribution de puissance.....	— 3
1.2 Actionneur électrohydraulique.....	— 4
<b>2. Technologie.....</b>	<b>— 4</b>
2.1 Transformateurs hydromécaniques.....	— 4
2.2 Modulateurs d'énergie hydraulique.....	— 7
<b>3. Phénomènes de base et modélisation .....</b>	<b>— 7</b>
3.1 Transformateur hydromécanique idéal .....	— 8
3.2 Résistance hydraulique .....	— 9
3.3 Capacité hydraulique.....	— 10
3.4 Inertie hydraulique .....	— 10
3.5 Efforts hydrodynamiques.....	— 10
3.6 Efforts de frottement .....	— 10
3.7 Conservation de la masse.....	— 11
3.8 Conservation de la quantité de mouvement.....	— 11
<b>4. Éléments de dimensionnement.....</b>	<b>— 11</b>
4.1 Spécification de la charge mécanique .....	— 12
4.2 Limites en forts signaux.....	— 12
4.3 Performances limites en petits signaux.....	— 15
<b>5. Conditionnement modal .....</b>	<b>— 16</b>
5.1 Analyse vibratoire hydromécanique.....	— 16
5.2 Autres effets dynamiques.....	— 17
<b>Pour en savoir plus .....</b>	<b>Doc. S 7 532</b>

**L**orsqu'il s'agit de développer une puissance mécanique sur une charge, l'ingénieur a le choix entre plusieurs technologies.

D'un côté, les **machines électriques**, basées sur les principes de l'électromagnétisme, sont assez bien connues des automaticiens. Leur comportement peut être décrit par des modèles relativement simples et linéaires qui facilitent grandement la synthèse de la commande. Grâce au développement de l'électronique de puissance, les caractéristiques des actionneurs électriques sont sans cesse améliorées et tirent profit des possibilités de commutation des courants à haute fréquence. Comme les moteurs électriques développent en général de faibles efforts à vitesse élevée, il est la plupart du temps nécessaire de leur adjoindre un réducteur mécanique adaptant l'impédance du moteur à celle de la charge. Là aussi, les progrès relatifs aux matériaux et aux traitements de surface rendent la solution électromécanique attractive.

De l'autre côté, les **machines à fluide** utilisent selon les cas la vitesse, la pression ou la chaleur du fluide comme vecteur d'énergie. En matière d'activation précise et dynamique de charges mécaniques, les machines hydrostatiques s'imposent : l'énergie est alors véhiculée par un liquide sous pression pour être transformée en énergie mécanique par un moteur ou un vérin hydraulique. La

fonction de modulation d'énergie est réalisée par une interface électrohydraulique associée au transformateur précédent. La technologie des moteurs ou des vérins hydrauliques permet le plus souvent de s'affranchir du réducteur mécanique, ce qui rend possible un accouplement direct à la charge (« direct drive »). De plus, les actionneurs électrohydrauliques présentent des caractéristiques de puissance massique, de pouvoir d'accélération et de fiabilité très attractives. Malheureusement, de nombreuses non-linéarités affectent leur comportement qui souffre par ailleurs d'une stabilité naturelle médiocre. Si l'on ajoute la mauvaise connaissance de ces aspects, on comprend que la synthèse des actionneurs hydrauliques est délicate et encore souvent basée dans l'industrie sur l'utilisation d'un correcteur PID réglé a posteriori.

C'est donc pour l'ingénieur ou le technicien sans connaissance particulière en hydraulique industrielle, que sera abordé le problème de la synthèse des actionneurs électrohydrauliques en vue de le doter :

- de la connaissance phénoménologique minimale indispensable pour l'analyse et la compréhension des modèles de simulation fournis par les spécialistes ;
- de modèles nécessaires à l'établissement d'un modèle de conduite pour le choix de la structure et le réglage de la commande ;
- d'une méthodologie d'évaluation rapide des performances limites de l'actionneur ;
- des structures de correcteurs usuelles qui peuvent être implémentées sur les cartes de contrôle-commande industrielles ;
- de méthodes systématiques de réglage desdits correcteurs.

L'organisation de cette présentation respecte globalement l'organisation de la conception : architecture, dimensionnement en puissance et conditionnement modal, modélisation dans un premier article [S 7 530] et commande dans un second article [S 7 531]. Devant l'étendue des applications, le choix a été porté sur le cas générique de l'ensemble **vérin-servovalve** à partir duquel les résultats sont facilement transposables. Les actionneurs tout ou rien, réservés à la commande séquentielle, ont été volontairement écartés.

Enfin, la vision intégrateur (ou systémier) a été privilégiée au détriment de la vision d'équipementier pour mieux correspondre à la réalité de l'activité industrielle.

## Notations et symboles

Symbole	Unité	Définition
$C$	$N \cdot m$	Couple
$e$		Erreur
$f$	Hz	Fréquence
$F$	N	Force
$I$	$kg \cdot m^2$	Moment d'inertie
$i$	A	Courant
$K_a$		Gain de commande proportionnelle
$K_{QP}$	$m^3 \cdot s^{-1} \cdot Pa^{-1}$	Gain débit/pression du distributeur de puissance
$K_{QU}$	$m^3 \cdot s^{-1} \cdot V^{-1}$	Gain débit/commande du modulateur
$K_{PU}$	Pa/V	Gain en pression du modulateur
$K_{sv}$	m/V	Gain de pilotage du distributeur de puissance
$m$	kg	Masse
$\dot{m}$	kg/s	Débit massique
$N$		Rapport de transmission cinématique
$P$	Pa	Pression
$\mathcal{P}$	W	Puissance
$Q$	$m^3/s$	Débit volumique
$r$	N/m	Raideur
$s$	1/s	Variable de Laplace
$S$	$m^2$	Surface utile
$t$	s	Temps
$U$	V	Tension de commande
$v$	m/s	Vitesse
$V$	$m^3$	Volume
$V_0$	$m^3/rad$	Cylindrée
$X$	m	Position de la partie mobile
$Y$	m	Ouverture du distributeur
$\beta$	Pa	Coefficient de compressibilité du fluide
$\gamma$	$m/s^2$	Accélération de translation
$\eta$		Rendement
$\rho$	$kg/m^3$	Masse volumique du fluide
$\omega$	rad/s	Pulsation
$\Omega$	rad/s	Vitesse angulaire
$\Delta P$	Pa	Différence de pression
1, 2		Utilisation côtés 1 et 2

## 1. Architecture

### 1.1 Génération et distribution de puissance

Dans les systèmes hydrauliques, la puissance hydrostatique est élaborée par une centrale hydraulique comportant une ou plusieurs pompes volumétriques. Fonctionnellement, le débit de fluide mis en

circulation par la pompe est proportionnel à sa vitesse de rotation, le coefficient de proportionnalité définissant la cylindrée de pompe. L'énergie fluide est ensuite envoyée vers chaque actionneur et dosée selon l'architecture de distribution adoptée. Des organes annexes sont installés sur le circuit pour maintenir le fluide dans des conditions acceptables (filtration, refroidissement) ou pour commuter les modes de fonctionnement de l'installation (sécurité, démarrage, arrêt, défaillance).

Dans un **circuit hydraulique ouvert**, la pompe aspire dans un réservoir qui reçoit le fluide issu des actionneurs (figure 1a). Dans un **circuit hydraulique fermé**, le fluide issu de l'actionneur est directement dirigé vers l'aspiration de la pompe (figure 1b). La plupart des installations fonctionnent en circuit ouvert.

Le dosage de l'énergie hydraulique transmise aux actionneurs peut être réalisé à la source, par action directe sur la vitesse ou sur la cylindrée de pompe. On parle alors de **transmission hydrostatique**. Cette solution, peu dynamique mais à très bon rendement énergétique, est souvent réservée au contrôle de charges dont la vitesse moyenne est non nulle : treuils, roues ou chenilles de machines de travaux publics, etc. Cependant, la majeure partie des applications utilise un dosage par **distributeurs hydrauliques** qui agissent en insérant des restrictions hydrauliques variables sur le trajet du fluide entre pompe et actionneur. Typiquement, chaque actionneur est donc associé à un distributeur modulateur d'énergie qui joue également le rôle de distributeur directionnel.

Dans le mode de **distribution série**, le fluide circule en permanence dans le circuit. En configuration fermée, un distributeur laisse le passage libre au fluide (centre à suivre). Lorsqu'il est ouvert, le distributeur déroute le fluide vers l'actionneur. On parle également de distribution à débit constant (figure 2a). Cette disposition économique, bien adaptée aux pompes à cylindrée fixe, est réservée aux directions assistées automobiles et à certains équipements de chantier. Le mode de **distribution parallèle** met en œuvre des distributeurs à centre fermé. Lorsque tous les distributeurs sont fermés, aucun fluide ne circule dans le circuit (aux fuites internes près). La génération hydraulique doit alors être capable de maintenir une pression constante quel que soit le débit utilisé. C'est pourquoi on parle également de distribution à pression constante (figure 2b). Cette solution est la plus utilisée pour ses bonnes performances dynamiques.

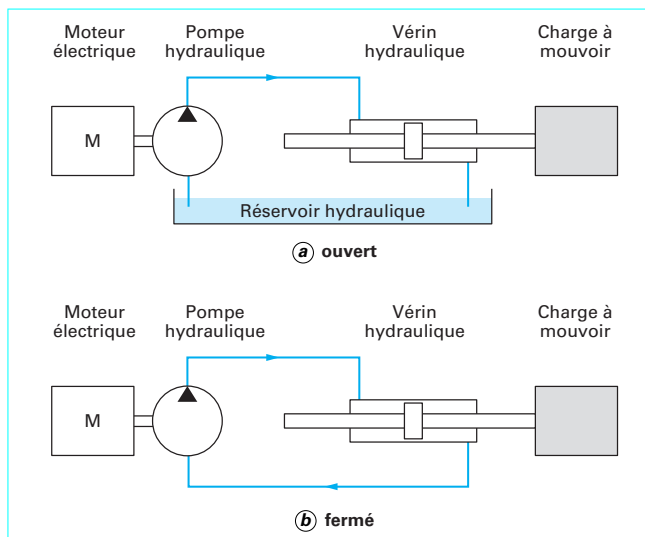


Figure 1 – Circuits hydrauliques

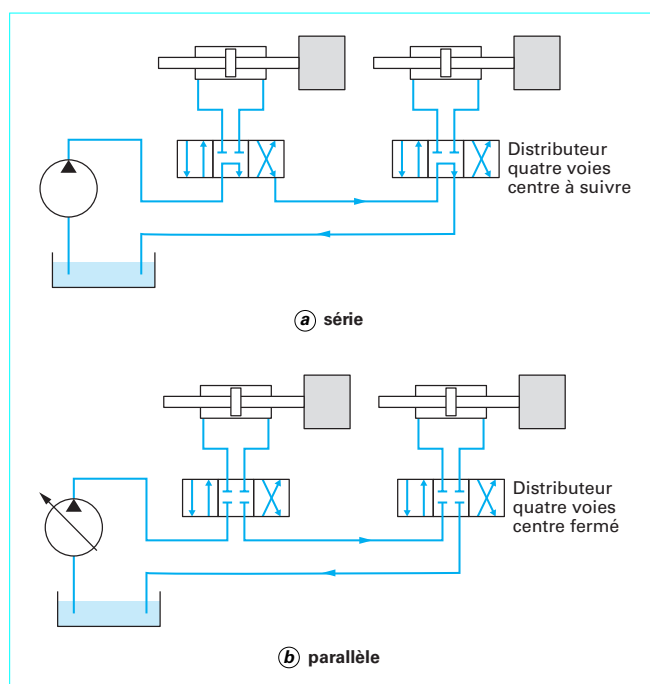


Figure 2 – Distribution hydraulique

Ainsi, il apparaît que la très grande majorité des actionneurs hydrauliques fonctionne selon une **architecture à circuit ouvert et à distribution parallèle**, sur laquelle porteront les développements ultérieurs.

## 1.2 Actionneur électrohydraulique

La structure typique d'un actionneur électrohydraulique est présentée sur la figure 3. L'actionneur est alimenté en puissance par les

lignes hydrauliques d'amenée et de retour qui le relient à la génération hydraulique. Il reçoit d'autre part les signaux élaborés par le dispositif de contrôle-commande à partir des consignes et de grandeurs partiellement représentatives de son état, qui sont mesurées par une série de capteurs. Le transformateur hydromécanique (moteur ou vérin) est systématiquement associé à un distributeur directionnel à effet proportionnel, remplissant les fonctions de modulateur d'énergie (au minimum un distributeur deux voies / trois orifices pour les transformateurs à simple effet, un distributeur quatre voies / quatre orifices pour ceux à double effet).

Le plus souvent, une combinaison de composants hydrauliques est installée entre le distributeur et le moteur ou le vérin hydraulique, afin de maintenir acceptables les pressions dans les lignes qui les relient (pas de cavitation, pas de surpression).

## 2. Technologie

L'expérience montre que la connaissance de la technologie et des phénomènes qui lui sont attachés est un facteur de succès lors de la synthèse de la commande, surtout lorsque la commande concerne les bas niveaux hiérarchiques qui sont directement affectés par le détail de la réalité technologique. Dans le domaine des actionneurs hydrauliques, il existe tout une palette de transformateurs hydromécaniques qui présentent chacun des comportements spécifiques. Il est indispensable que le concepteur « système » soit sensibilisé aux conséquences de ses choix sur le comportement naturel de l'actionneur. C'est l'objet de ce paragraphe.

### 2.1 Transformateurs hydromécaniques

Sauf cas particulier, les transformateurs hydromécaniques sont des **machines volumétriques** : le déplacement de la partie mobile du transformateur est directement lié au volume de fluide échangé avec les lignes hydrauliques. On peut classer les transformateurs hydromécaniques en fonction du type de mouvement à réaliser : mouvement lent ou rapide, mouvement d'amplitude limitée ou non, mouvement de rotation ou de translation (figures 4 et 5).

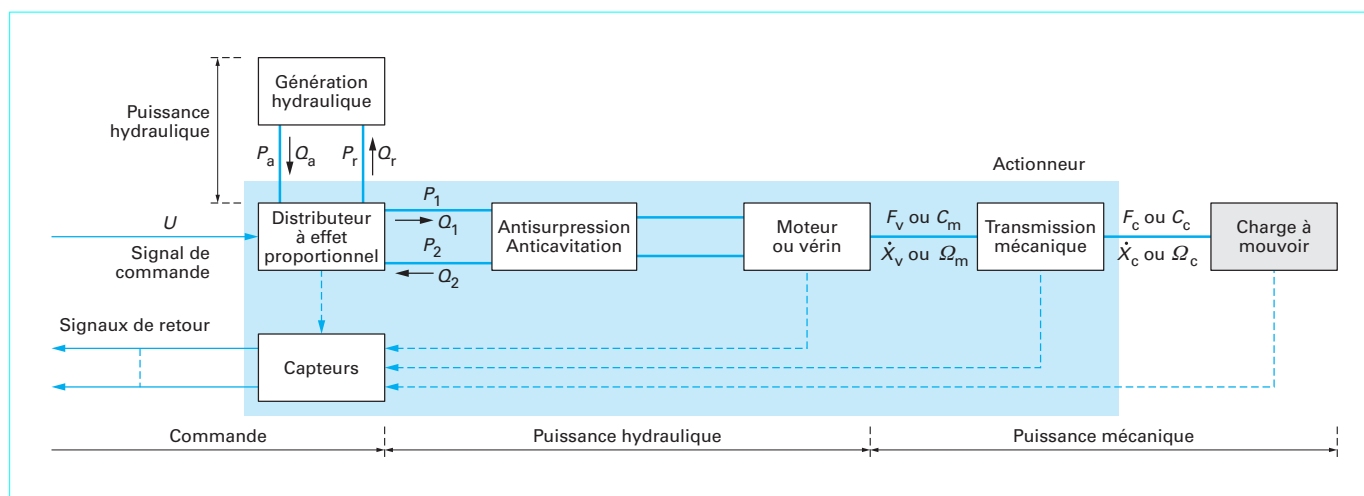


Figure 3 – Architecture matérielle d'un actionneur électrohydraulique

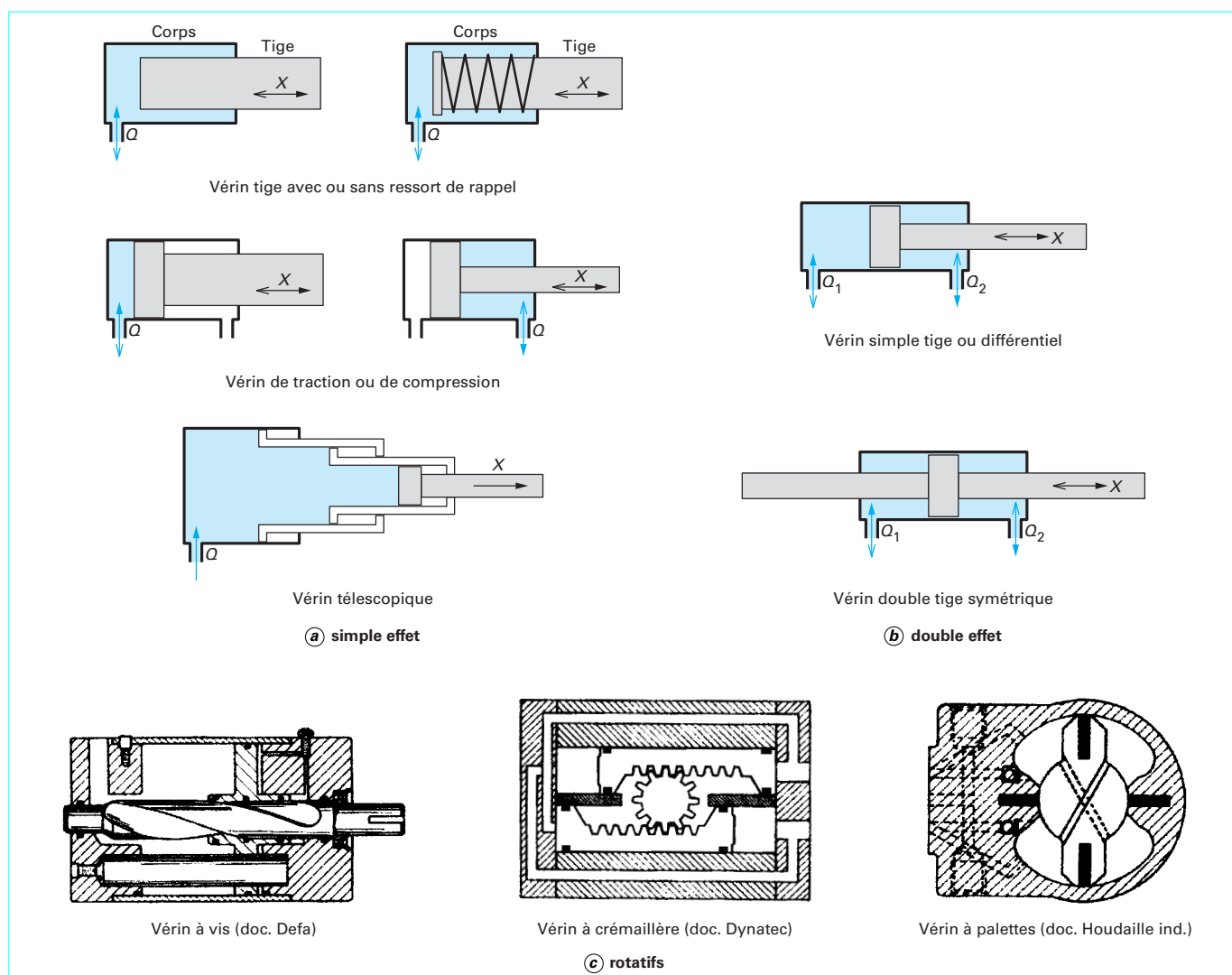


Figure 4 – Vérins hydrauliques

## 2.1.1 Vérins

L'appellation vérin est réservée aux actionneurs à course limitée (quelques millimètres à plusieurs mètres, quelques degrés à plusieurs tours). Sous réserve d'une conception spéciale de l'étanchéité et des paliers, les vitesses peuvent atteindre plusieurs mètres par seconde ou quelques tours par seconde.

Les **vérins linéaires à simple effet** (figure 4a) ne développent un effort moteur que dans un sens. Ils ne peuvent donc être utilisés que lorsque la charge à mouvoir est motrice dans le sens inverse ou suffisamment faible pour qu'un ressort interne au vérin assure la fonction de rappel. Comme ils ne sont alimentés que par une seule ligne hydraulique, on leur associe un distributeur à deux voies. Cependant, pour des raisons de disponibilité, ce sont souvent des distributeurs classiques de type quatre voies qui sont utilisés en mode deux voies, en obturant un orifice d'utilisation. Les vérins télescopiques ont une capacité de course élevée (plusieurs mètres), tout en présentant un très faible encombrement en position de repli.

Les **vérins linéaires à double effet** (figure 4b) symétriques sont capables de développer un effort identique dans les deux sens. Par conception, leur encombrement est supérieur au double de la course utile. La solution à simple tige supprime cet inconvénient mais introduit une dissymétrie dans la capacité d'effort du vérin. Cet effet peut être mis à profit pour compenser une dissymétrie de charge (pesanteur par exemple). Les vérins différentiels sont des vérins dissymétriques particuliers dont les surfaces utiles sont dans un rapport 2. Il est alors possible d'obtenir un comportement symétrique en connectant en permanence la chambre de petite section à la pression d'alimentation et en n'utilisant qu'un distributeur à deux voies pour moduler l'énergie hydraulique échangée avec la chambre à grande section.

Les **vérins rotatifs** (figure 4c) à palette produisent directement un mouvement de rotation (par exemple, Olaer / Bird Johnson). L'amplitude du mouvement est typiquement de 280° pour un vérin à simple palette et 140° pour un vérin à double palette. Un coût élevé et des fuites difficiles à maîtriser dans les zones anguleuses des palettes leur font souvent préférer des combinaisons mettant en

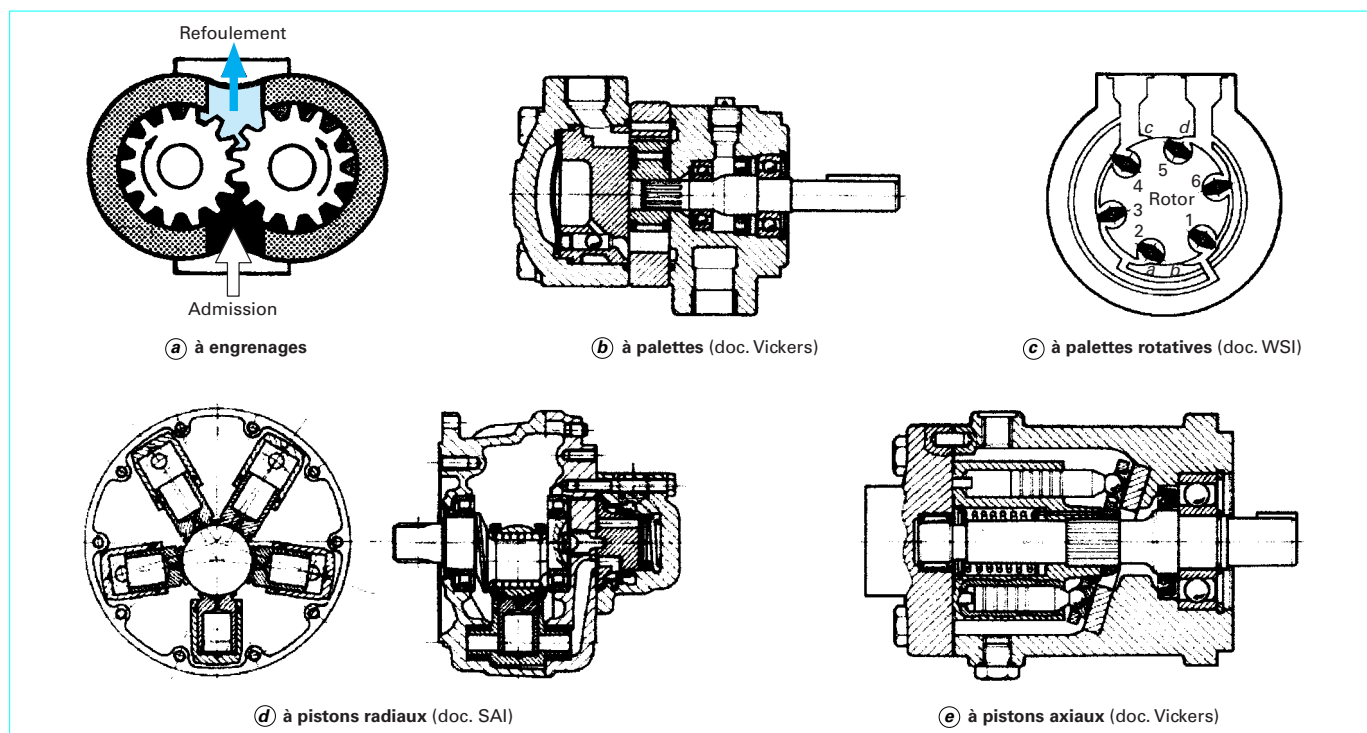


Figure 5 – Moteurs hydrauliques

œuvre un vérin linéaire symétrique et un transformateur mécanique translation/rotation (vérins à crémaillère ou vérins à vis).

### 2.1.2 Moteurs

D'une manière générale, les **moteurs à engrenages** (figure 5a) sont économiques mais mal adaptés aux fonctions d'activation précise de charge mécanique (irrégularité de couple ou de vitesse). Les moteurs à mouvement orbital (par exemple, Danfoss), qui combinent par conception, un engrenage interne et un réducteur épicycloïdal, constituent une exception.

Les **moteurs à palettes coulissantes** (figure 5b) ont une capacité de puissance limitée par la flexion des palettes. Cet effet est contourné dans les moteurs à palettes rotatives (figure 5c) qui restent cependant peu utilisés. Leur fort couple à basse vitesse autorise une utilisation performante en *direct drive* (par exemple, Moog / Hartmann ou Dowty / HSI).

Les **moteurs à pistons** sont largement utilisés en commande hydraulique. Les versions à pistons axiaux (figure 5e) ont une excellente puissance massique mais ils sont mal adaptés aux mouvements à faible vitesse qui imposent de leur adjoindre systématiquement des réducteurs (par exemple, Rollstar). Les moteurs à pistons radiaux (figure 5d) présentent des caractéristiques opposées : ils sont peu compacts mais développent un fort couple à basse vitesse (par exemple, moteur roue Poclain).

### 2.1.3 Limitations de performance introduites par les transformateurs hydromécaniques

Indépendamment des limitations de puissance, le comportement naturel des transformateurs hydromécaniques est entaché de phé-

nomènes parasites qui imposent des restrictions physiques sur les performances globales de l'actionneur commandé.

La présence de dispositifs d'étanchéité vers l'extérieur et entre les chambres introduit sur les transformateurs hydromécaniques des niveaux de **frottement** bien plus élevés que sur leurs homologues électriques. Ce défaut est accentué par les paliers, contacts et guidages des organes qui incorporent des transformateurs de mouvement. C'est le cas typique des moteurs à pistons où le va-et-vient du piston est transformé en rotation par une cinématique particulière. Le frottement interne au transformateur introduit des variations rapides et importantes de l'effort qu'il développe sur la charge, et ce particulièrement au voisinage de la vitesse nulle.

Le **jeu de fonctionnement** que présentent les organes mettant en œuvre des engrenages (vérins ou moteurs à engrenages) introduit un effet d'hystérésis entre la position de la partie menante et la position de la partie menée qu'il est très difficile de compenser par la commande. À nouveau, ce phénomène affecte la zone de vitesse nulle.

Les **effets de commutation** sont spécifiques aux moteurs hydrauliques dans lesquels les chambres sont alternativement connectées à chacune des deux lignes qui les relient au distributeur. La mise en communication du volume fluide avec ces lignes produit une compression ou une détente rapide du liquide. L'évolution de la combinaison des chambres actives produit également une ondulation géométrique de cylindrée, d'autant plus faible que le nombre de chambres est élevé. Ces pics et ces ondulations, dont la fréquence est liée à la vitesse du moteur, engendrent alors des perturbations harmoniques qui affectent directement la régularité du mouvement de charge.

L'**ancrage** du transformateur hydromécanique sur la structure porteuse et la cinématique de **transmission** de son mouvement vers la charge doivent également faire l'objet d'une attention particulière. Leurs niveaux de jeu, de frottement ou d'élasticité peuvent dégrader

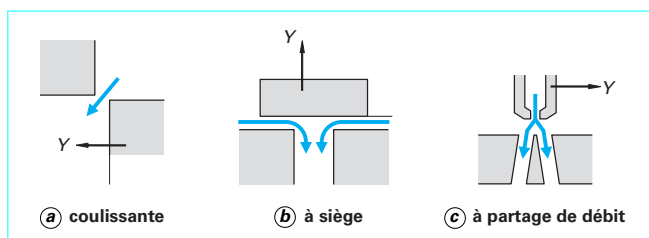


Figure 6 – Restrictions

très sensiblement les performances naturelles de l'actionneur, limitant en conséquence les performances obtenues en mode asservi.

## 2.2 Modulateurs d'énergie hydraulique

La modulation d'énergie hydraulique est réalisée par des restrictions hydrauliques variables selon l'un des trois principes suivants (figure 6).

Les distributeurs à arêtes vives (distributeurs à tiroir ou glaces de distribution) modifient la section de passage offerte au fluide par des **restrictions coulissantes** (figure 6a) dans lesquelles le fluide subit un effet de cisaille. Ces distributeurs sont bien adaptés à la modulation d'énergie à haute pression. Ils présentent une bonne stabilité, même aux petites ouvertures. La fonction directionnelle et l'équilibrage statique sont facilement réalisés. En configuration fermée, l'étanchéité totale n'est cependant pas assurée.

Dans les **vannes à siège** (clapet conique, clapet plan, etc.), le fluide est pincé entre deux parois lisses dont l'écartement fixe la section de passage offerte au fluide (figure 6b). Cette solution est bien adaptée aux écoulements à fort débit et faible pression nécessitant une étanchéité totale en configuration fermée. Elle souffre cependant d'une stabilité médiocre aux faibles ouvertures et elle ne permet pas le contrôle directionnel.

Dans les **organes à partage de débit** (buse palette, injecteur buse ou déviateur de jet), le fluide est aiguillé préférentiellement vers l'un ou l'autre des deux orifices récepteurs (figure 6c). Malgré son très faible rendement énergétique lié à l'écoulement permanent de fluide, cette disposition est attractive comme élément de pilotage en pression. Il existe en effet une plage de fonctionnement dans laquelle la pression différentielle entre les deux orifices est proportionnelle au déplacement de la partie mobile, en l'absence de débit à l'utilisation. La pollution du fluide produit une panne active dans les systèmes buse palette à l'opposé des systèmes injecteur buse ou déviateur de jet qui subissent seulement une panne passive. Malgré la difficulté de leur conception, ces derniers sont donc généralisés comme étage pilote en aéronautique.

**Exemple :** la plupart des modulateurs hydrauliques proportionnels utilisent comme étage de puissance un distributeur tiroir/chemise cylindrique à quatre voies à arêtes vives et à ouverture variable. Il est alors possible de moduler une puissance hydraulique de plusieurs kilowatts avec une puissance de manœuvre de quelques watts. Le diamètre du tiroir est typiquement compris entre 5 et 8 mm pour une course nominale de quelques centaines de microns (diamètre 6,9 mm et course 213  $\mu\text{m}$  pour une servovalve Moog 76101  $Q_n = 9,8 \text{ L/min}$ ).

Comme le montre la figure 7, l'interfaçage électromécanique est réalisé par un moteur électromagnétique ou électrodynamique associé à une électronique de commande. Un dispositif amplificateur hydromécanique, le plus souvent à partage de débit, peut être inséré entre le moteur et l'étage de puissance hydraulique pour limiter la puissance à fournir au moteur électrique à quelques dizaines de milliwatts.

L'agencement de ces éléments peut ainsi réaliser plusieurs types de fonctions (figure 8) :

- distributeurs proportionnels dits « en débit » :
  - a) tiroir positionné en boucle ouverte à partir du signal de commande électrique. L'absence de bouclage permet d'obtenir des performances dynamiques élevées mais la précision statique d'ouverture de distributeur est médiocre (linéarité + seuil environ 5 % PE – pleine échelle),
  - b) position du tiroir asservie au signal de commande électrique par l'intermédiaire d'un retour mécanique ou électrique. Le bouclage améliore la précision statique de positionnement du tiroir (linéarité + seuil 0,1 à 5 % PE) mais limite la bande passante. Le retour mécanique est gage de fiabilité et de simplicité mais l'hystérésis magnétique, hors boucle, n'est toujours pas compensé (2 à 5 % PE). Le retour électrique supprime cet inconvénient (0,2 à 0,5 % PE) et permet d'insérer facilement des correcteurs pour améliorer le niveau de performance ;
  - distributeurs proportionnels dits « en pression » :
    - c) la pression (ou la différence de pression à l'utilisation) est asservie au signal de commande électrique par l'intermédiaire d'un retour hydromécanique ou électrique.

Il est important de noter que le gain des différents amplificateurs hydromécaniques est directement fonction de leur pression d'alimentation. Il en résulte que, sauf disposition particulière, les performances statiques et dynamiques ( $\gamma$  compris le gain statique dans le cas a) des distributeurs proportionnels intégrant un amplificateur hydromécanique seront **largement dépendantes de sa pression d'alimentation**. Pour contourner ce problème, certains composants disposent d'une alimentation hydraulique séparée pour l'étage de pilotage. Il est alors possible de séquencer la pressurisation de l'étage pilote et de l'étage de puissance pour gérer proprement les phases de démarrage et d'arrêt de l'installation.

L'appellation « servovalve » concerne des distributeurs proportionnels dont la technologie est historiquement issue de l'aéronautique. Les servovalves sont préférées pour leurs performances statiques et dynamiques, leur robustesse vis-à-vis de l'environnement vibratoire ou thermique ou enfin leur compacité. Elles sont par contre sensibles à la pollution du fluide et chères. On leur associe un amplificateur tension-courant pour autoriser une commande en tension tout en s'affranchissant de la constante de temps électrique des bobines du moteur couple électromagnétique.

L'appellation industrielle « distributeur proportionnel » s'applique à des composants plus économiques et dont les performances sont communément d'un niveau plus faible. Les distributeurs proportionnels, souvent à commande directe, sont généralement commandés en tension. Le comportement non linéaire de l'organe moteur électrique est souvent compensé par l'adjonction d'une commande par largeur d'impulsions.

La dérive thermique de ces composants est typiquement comprise entre 1 et 5 % PE pour 50 °C.

## 3. Phénomènes de base et modélisation

Comme pour les systèmes électriques, la modélisation des systèmes hydromécaniques est basée sur une approche à paramètres localisés. Les phénomènes sont décomposés en effets élémentaires idéaux, identifiés à des endroits précis auxquels sont associées les variables de pression ou de débit. On distingue alors la transformation d'énergie, l'effet résistif (dissipation d'énergie), l'effet capacitif (accumulation d'énergie potentielle) ou l'effet inertielle (accumulation d'énergie cinétique). La combinaison de ces phénomènes s'opère sous forme conservative de masse, de quantité de mouvement ou d'énergie. Cette approche fournit finalement des équations différentielles dont la variable indépendante est le temps. Contrairement

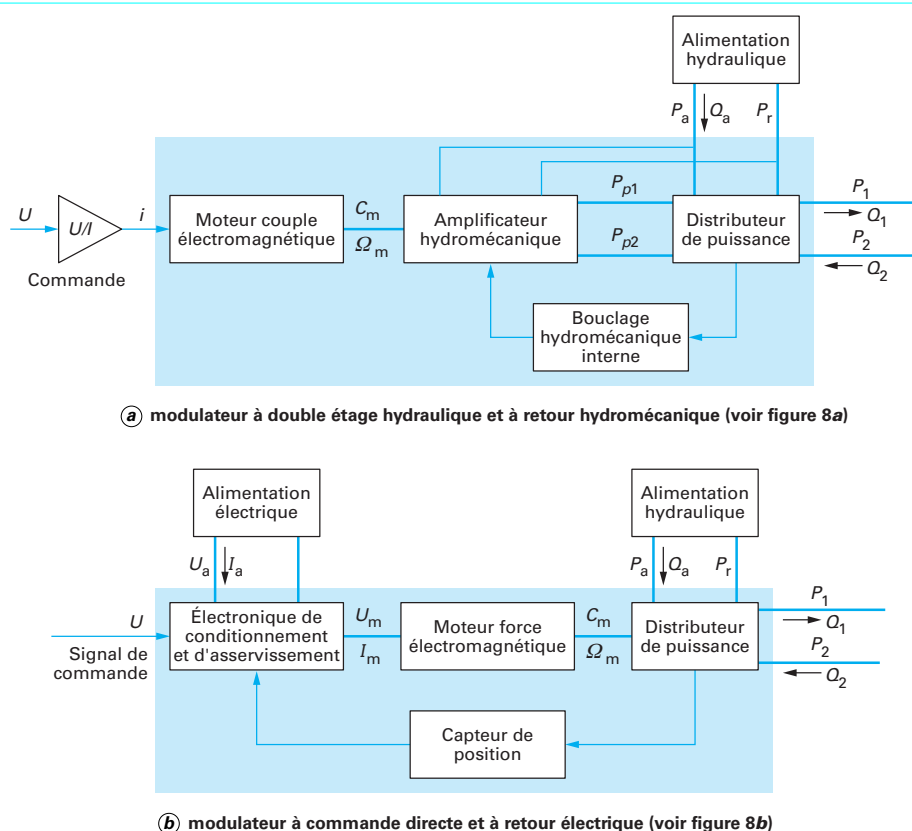


Figure 7 – Architecture des distributeurs à effet proportionnel

aux systèmes électriques, les effets élémentaires présentent malheureusement un caractère non linéaire marqué. Il devient donc incontournable de **dissocier les modèles de simulation et les modèles de conduite**. Pour être précis, les premiers sont donc non linéaires, complexes et d'ordre élevé alors que les seconds doivent être essentiellement linéaires et d'ordre réduit.

Il est important de remarquer que les propriétés physiques du fluide, assez sensibles à sa température et modérément sensibles à sa pression, affectent directement la résistance, la capacité et l'inertie hydrauliques.

### 3.1 Transformateur hydromécanique idéal

La pression qui s'exerce sur une surface développe un effort hydrostatique :

$$F = PS \quad (1)$$

avec  $F$  (N) la force,  
 $P$  (Pa) la pression,  
 $S$  (m<sup>2</sup>) la surface active.

Parallèlement, la vitesse de la surface est liée au débit volumique de fluide par la relation :

$$Q = vS \quad (2)$$

avec  $Q$  (m<sup>3</sup>/s) le débit volumique,  
 $v$  (m/s) la vitesse.

De même, pour un mouvement de rotation, le couple hydrostatique est proportionnel à la pression :

$$C = V_0 P \quad (3)$$

avec  $C$  (N · m) le couple,  
 $V_0$  (m<sup>3</sup>/rad) la cylindrée unitaire.

La vitesse angulaire est alors liée au débit volumique par :

$$Q = V_0 \Omega \quad (4)$$

avec  $\Omega$  (rad/s) la vitesse angulaire.

Il apparaît donc que  $S$  ou  $V_0$  sont **caractéristiques de la transformation** et représentent le volume déplacé par unité de mouvement. Cet effet de transformateur est mis à profit dans les moteurs ou dans les vérins pour convertir fonctionnellement l'énergie entre les domaines hydrauliques et mécaniques.

La puissance est conservée par le transformateur idéal.

En translation :

$$\mathcal{P} = Fv = QP \quad (5)$$

et en rotation :

$$\mathcal{P} = C\Omega = QP \quad (6)$$

avec  $\mathcal{P}$  (W) la puissance.

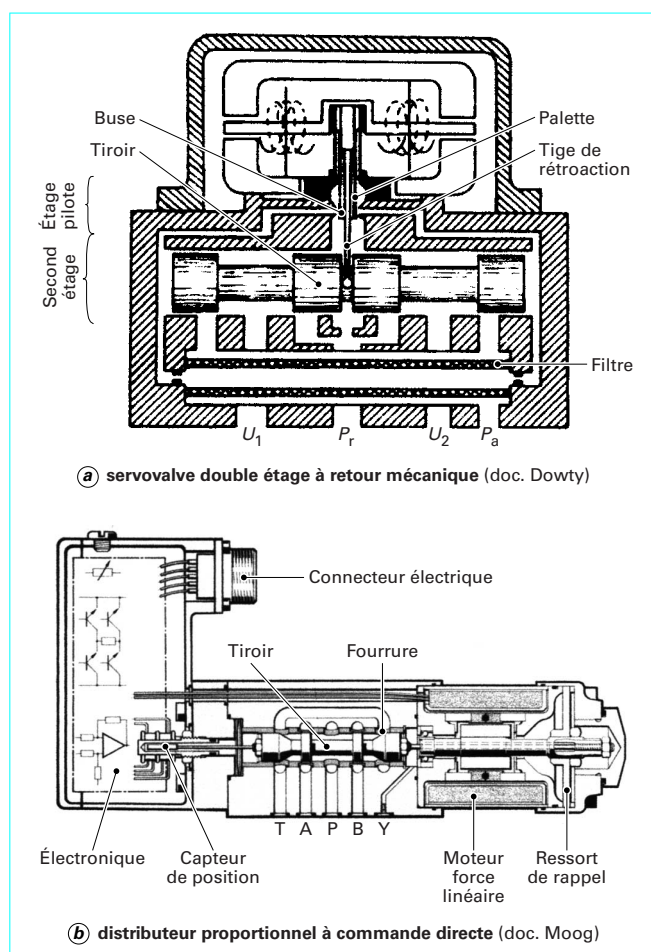


Figure 8 - Exemples de distributeurs à effet proportionnel

## 3.2 Résistance hydraulique

Cet effet est engendré par la résistance à l'écoulement qu'introduisent les organes hydrauliques et les canalisations. Il se traduit par une dépendance algébrique (fonction  $\mathcal{R}$ ) entre la pression différentielle aux bornes de l'élément étudié et le débit dont il est le siège (à rapprocher du lien entre la tension et le courant électrique  $U = Ri$ ) :

$$\Delta P = P_{am} - P_{av} = \mathcal{R}(Q) \quad (7)$$

avec  $\Delta P$  (Pa) la pression différentielle,  
 $P_{am}$  (Pa) la pression en amont,  
 $P_{av}$  (Pa) la pression en aval.

Il est important de noter que les modèles établis pour les résistances hydrauliques supposent que le fluide hydraulique est incompressible (pas d'effet capacitif parasite).

### 3.2.1 Résistance hydraulique localisée

Pour une restriction hydraulique localisée, on adopte dans tous les cas l'expression générale suivante, qui devrait être rigoureuse-

ment limitée au cas de l'écoulement permanent de fluide incompressible :

$$Q = C_q S_p \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P|} \operatorname{sgn}(\Delta P) \quad (8)$$

avec  $C_q$  un coefficient de débit,  
 $S_p$  (m<sup>2</sup>) la section de passage de référence,  
 $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) la masse volumique du fluide.

ou sous une forme réciproque :

$$\Delta P = \xi \frac{\rho}{2} \frac{Q|Q|}{S_p^2} \quad (9)$$

avec  $\xi = 1/C_q^2$  un coefficient de perte de charge.

Le coefficient de débit ou le coefficient de perte de charge sont représentatifs des pertes énergétiques au passage de la restriction. Ils sont fonction des conditions d'écoulement du fluide, typiquement caractérisées par deux nombres sans dimension.

■ Le nombre de débit  $\lambda_e$  ou le nombre de Reynolds  $Re$  sont représentatifs de la turbulence de l'écoulement :

$$\lambda_e = \frac{D_h}{\mu} \sqrt{2\rho\Delta P} \quad (10)$$

$$Re = \frac{\rho v D_h}{\mu} \text{ avec } Re = C_q \lambda_e \quad (11)$$

avec  $D_h$  (m) le diamètre hydraulique de la restriction  
 $(D_h = 4S_p/\text{périmètre mouillé})$ ,  
 $\mu$  (Pa · s) la viscosité dynamique du fluide.

$v$  est ici la vitesse moyenne du fluide dans la section de passage de référence.

Le paramètre  $C_q$  évolue linéairement en fonction de  $\lambda_e$  ou de  $\sqrt{Re}$  pour les très faibles valeurs de  $\lambda_e$  (ou de  $Re$ ) (typiquement pour  $\lambda_e = 100$  à 500), ce qui correspond au régime d'écoulement laminaire. Il tend ensuite rapidement vers une valeur limite (typiquement comprise entre 0,65 et 0,9) lorsque  $\lambda_e$  ou  $Re$  tend vers l'infini, ce qui est caractéristique d'un écoulement turbulent.

■ Le nombre de cavitation  $k$  est représentatif du risque de cavitation :

$$k = \frac{P_{am} - P_v}{\Delta P} \quad (12)$$

avec  $P_v$  (Pa) la pression de vapeur du fluide.

Typiquement, le risque de cavitation augmente quand  $k$  diminue et quand  $\lambda_e$  (ou  $Re$ ) augmente.

### 3.2.2 Résistance hydraulique distribuée

Le frottement à la paroi des canalisations produit une dissipation énergétique distribuée. La résistance hydraulique globale d'une conduite de section constante est caractérisée par :

$$\Delta P = \lambda_d \frac{L}{D_h} \frac{\rho}{2} \frac{Q|Q|}{S_p^2} \quad (13)$$

avec  $L$  (m) la longueur de la canalisation,  
 $\lambda_d$  le coefficient de pertes de charges distribuées.

Des relevés expérimentaux fournissent les valeurs de  $\lambda_d$  en fonction des conditions d'écoulement et de la rugosité des parois de la conduite. Pour l'écoulement laminaire ( $Re < 2\,000$ ),  $\lambda_d = 64/Re$  et la chute de pression est proportionnelle au débit. L'écoulement turbu-

lent ( $Re > 2\,000$ ) dans les tubes lisses est caractérisé par la relation de Blasius ( $\lambda_d = 0,3164/Re^{0,25}$ ) qui décrit l'évolution de la chute de pression proportionnellement à  $Q^{1,75}$ . Enfin, lorsque la rugosité du tube affecte l'écoulement turbulent,  $\lambda_d$  devient indépendant de  $Re$  et la chute de pression évolue comme  $Q^2$ .

**Nota** : suivant la longueur de la canalisation, il peut être nécessaire de prendre en compte les chutes de pression additionnelles qui résultent de l'entrée du fluide et de l'établissement de l'écoulement dans la canalisation.

### 3.3 Capacité hydraulique

La capacité hydraulique lie la variation de volume d'un domaine fluide à sa variation de pression (à rapprocher du lien entre la variation de charge électrique et la variation de tension  $q = CU$ ).

Les liquides présentent une rigidité finie, quantifiée par le coefficient de compressibilité selon l'expression :

$$dV = -\frac{V}{\beta} dP \text{ ou } d\rho = \frac{\rho}{\beta} dP \quad (14)$$

avec  $V$  (m<sup>3</sup>) le volume du domaine considéré,  
 $\beta$  (Pa) le coefficient de compressibilité.

La capacité hydraulique  $C_h$  (m<sup>3</sup>/Pa) est donc directement proportionnelle au volume de fluide considéré et inversement proportionnelle à  $\beta$  :

$$C_h = \frac{V}{\beta} \quad (15)$$

Comme le coefficient de compressibilité évolue en fonction de la pression, il est possible en pratique d'adopter plusieurs définitions : coefficients de compressibilité global ou local, isotherme ou adiabatique. Par ailleurs, deux effets capacitifs parasites affectent en service la valeur de  $\beta$  :

- l'air entraîné par le liquide sous forme de microbulles est fortement compressible. Il dégrade très sensiblement la rigidité du liquide initial (aux pressions usuelles et pour un pourcentage volumique d'air entraîné de 1 %, le coefficient de compressibilité du fluide aéré est typiquement divisé par 2 par rapport à celui du fluide initial) ;

- l'effet de l'élasticité des enveloppes (tubes et surtout flexibles) accroît le volume offert au fluide lorsque sa pression augmente. En apparence, on a donc affaire à un fluide moins rigide puisqu'il faut rajouter dans le domaine un volume de fluide plus grand pour augmenter sa pression.

C'est pourquoi on utilise en pratique un coefficient de compressibilité effectif ou apparent, qui englobe ces effets et qui résulte de l'expérience. Pour les installations fonctionnant aux alentours de 250 bar (25 MPa), on adopte généralement une valeur comprise entre  $\beta = 8\,000$  bar (800 MPa) et 12 000 bar (1 200 MPa). Pour les installations fonctionnant à quelques bars ou avec des canalisations flexibles, il est fréquent de mesurer un coefficient effectif  $\beta = 1\,000$  bar (100 MPa) à 5 000 bar (500 MPa).

L'effet capacitif hydraulique est fort pénalisant pour l'asservissement de position des actionneurs électrohydrauliques. En revanche, il limite les transitoires de pression et peut être exploité fonctionnellement comme dans le cas des résonateurs.

### 3.4 Inertie hydraulique

L'inertie hydraulique d'un domaine fluide dans une canalisation lie la différence de pression aux extrémités du domaine, à la dérivée du débit dans cette canalisation (à rapprocher du lien entre la ten-

sion et la dérivée du courant  $U = L di/dt$ ). Elle est définie par la relation :

$$I_h = \rho \frac{L}{S_p} \quad (16)$$

avec  $I_h$  (kg/m<sup>4</sup>) l'inertie hydraulique.

L'inertie hydraulique affecte le fonctionnement d'un système hydraulique par des phénomènes de propagation : coups de bélier, oscillations de colonne fluide dans les lignes hydrauliques, etc. Cependant, ces effets concernent essentiellement les zones du circuit présentant de grandes longueurs de conduite, ce qui n'est généralement pas le cas des actionneurs. Ce sont donc surtout les concepteurs de circuits qui sont concernés par l'inertie hydraulique.

### 3.5 Efforts hydrodynamiques

La modification de la vitesse moyenne d'un écoulement de fluide, en intensité ou en direction, est associée à une action hydrodynamique exercée par le fluide sur les parois qui canalisent l'écoulement. Le modèle mathématique de ce phénomène est obtenu par l'application du théorème d'Euler qui fournit l'équation vectorielle :

$$\vec{F}_h = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) \quad (17)$$

avec  $\vec{F}_h$  (N) l'effort hydrodynamique,  
 $m$  (kg) la masse de fluide.

Comme l'énergie est globalement véhiculée sous forme hydrostatique, les efforts hydrodynamiques sont généralement négligeables (les vitesses d'écoulement dépassent rarement quelques mètres par seconde). C'est seulement au sein des restrictions des organes de modulation de puissance, dans lesquels le fluide peut atteindre des vitesses de plusieurs dizaines de mètres par seconde, que les efforts hydrodynamiques prennent une importance significative, capable d'altérer l'équilibre mécanique des parties mobiles. C'est pourquoi elles sont négligées pour l'établissement des modèles de conduite globaux des actionneurs.

### 3.6 Efforts de frottement

Sauf dispositions particulières, le frottement est important sur les transformateurs hydromécaniques. C'est un phénomène complexe qui est distribué au niveau des différents paliers, joints et contacts et qui dépend étroitement de la pression, de la vitesse, du cadran de fonctionnement, de la température, de l'usure et du temps d'immobilisation. La représentation mathématique fine du frottement pour les besoins de la simulation est délicate et fait appel à des modèles non linéaires qui peuvent être fort complexes selon les effets à reproduire : phénomènes de Dahl, de Stribeck, conditions de démarrage/arrêt, etc. Pour les besoins de la commande, on se limite souvent à un modèle linéaire équivalent de l'effort de frottement qui est alors assimilé à un effet visqueux pour l'analyse de la stabilité :

$$F_f = -f_e v \quad (18)$$

avec  $F_f$  (N) l'effort de frottement,  
 $f_e$  (N · s/m) le coefficient de frottement visqueux équivalent.

La difficulté consiste alors à fixer la valeur numérique de ce coefficient. En pratique, il est ajusté pour que l'amortissement du mode hydromécanique soit représentatif de l'amortissement expérimental, typiquement compris entre 0,05 et 0,3. Pour s'affranchir de ce problème, certains auteurs introduisent à la place de ce frottement,

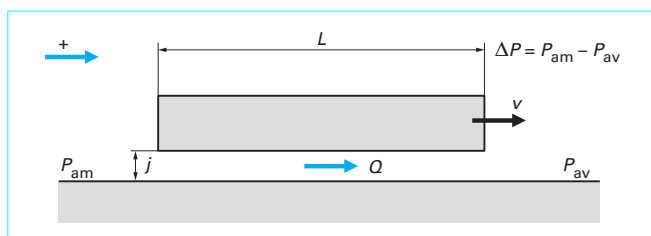


Figure 9 – Frottement et fuite entre deux plaques planes

un effet dissipatif parasite dans la caractéristique capacitive du fluide :

$$dP = -\beta \frac{dV}{V} - f_h \frac{d}{dt} \left( \frac{dV}{V} \right) \quad (19)$$

avec  $f_h$  (Pa · s) la viscosité de dilatation équivalente.

Dans certains cas particuliers, il est possible de modéliser l'effort de frottement visqueux qui prend naissance entre deux solides en mouvement relatif séparés par un mince film fluide (théorie de la lubrification). L'exemple usuel concerne le mouvement relatif permanent de deux plaques planes dont l'une est fixe (figure 9). Si le jeu est très inférieur à la largeur d'écoulement, l'action développée par le fluide sur le solide mobile est donnée par :

$$F_f = \frac{\ell j}{2} \Delta P - \frac{\mu L \ell}{j} v \quad (20)$$

avec  $\ell$  (m) la largeur de l'écoulement,

$j$  (m) le jeu entre solides,

$L$  (m) la longueur de parcours du fluide dans le jeu.

Au besoin, le débit de fuite peut être substitué à la pression différentielle en utilisant la relation :

$$Q = \frac{\ell j^3}{12 \mu L} \Delta P - \frac{\ell j}{2} v \quad (21)$$

Ce modèle est bien adapté à l'étude des distributeurs, des pompes et des moteurs hydrauliques.

### 3.7 Conservation de la masse

Le principe de conservation de la masse en hydraulique s'applique à chaque domaine fluide identifié comme une zone à pression homogène. On écrit que l'accroissement de la masse par unité de temps dans le domaine considéré est égal à la différence entre les débits massiques entrants et les débits massiques sortants :

$$\frac{dm}{dt} \left( = \frac{d\rho V}{dt} \right) = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s \quad (22)$$

avec  $\dot{m}_e$  (kg/s) le débit massique entrant,

$\dot{m}_s$  (kg/s) le débit massique sortant.

Soit, en passant aux débits volumiques :

$$\rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = \sum \rho_e Q_e - \sum \rho_s Q_s \quad (23)$$

avec  $Q_e$  (m<sup>3</sup>/s) le débit volumique entrant,

$Q_s$  (m<sup>3</sup>/s) le débit volumique sortant,

$\rho_e$  (kg/m<sup>3</sup>) la masse volumique du fluide entrant,

$\rho_s$  (kg/m<sup>3</sup>) la masse volumique du fluide sortant.

Comme la rigidité du fluide est élevée, les masses volumiques du fluide à l'entrée, à l'intérieur et à la sortie du domaine sont voisines. On tolère alors la simplification qui permet de passer à :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \sum Q_e - \sum Q_s \quad (24)$$

La combinaison avec l'équation d'état du fluide (14) fournit finalement l'équation de conservation de la masse sous sa forme pratique :

$$\sum Q_e - \sum Q_s = \frac{V}{\beta} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} \quad (25)$$

Le dernier élément du terme de droite représente la variation fonctionnelle de volume du domaine, comme par exemple celle d'une chambre de vérin sous l'effet du mouvement de tige. L'élément précédent traduit l'effet combiné de la compressibilité du fluide aéré et de l'élasticité des enveloppes du domaine. La subtilité de ce développement réside dans le fait que l'on considère que la masse volumique ne varie quasiment pas mais que sa variation, très rapide, doit être prise en compte par le maintien du terme  $d\rho/dt$ .

### 3.8 Conservation de la quantité de mouvement

L'ensemble des modèles précédents est complété par les modèles usuels de la mécanique générale. Le principe de conservation de la quantité de mouvement fournit alors les théorèmes généraux. Appliqués à un solide ou à un ensemble de solides présentant un seul de degré de liberté, ils s'écrivent simplement sous la forme :

$$\Sigma F = m\gamma \text{ en translation ou } \Sigma C = I\dot{\Omega} \text{ en rotation} \quad (26)$$

avec  $\gamma$  (m/s<sup>2</sup>) l'accélération de translation,

$I$  (kg · m<sup>2</sup>) l'inertie par rapport à l'axe de rotation.

## 4. Éléments de dimensionnement

Une fois choisi, chaque composant impose à l'ensemble de l'actionneur, des limitations technologiques qui ne pourront pas (ou difficilement) être compensées par les lois de commande. Le dimensionnement en puissance consiste donc à spécifier les caractéristiques de puissance de chacun des constituants de l'actionneur qui apparaît sur la figure 3. À l'issue de cette phase, le concepteur est assuré que le choix des constituants est cohérent avec le niveau de performance souhaité, les performances finales étant restreintes par les contraintes de la commande. Cette phase d'étude peut être scindée en deux composantes qui définissent l'étendue de la plage d'utilisation de l'actionneur :

— l'étude des limites en forts signaux ou limite de puissance (saturations, butées, etc.) ;

— l'étude des limites en petits signaux ou défauts statiques (frottement de démarrage, hystérésis, etc.).

Le dimensionnement d'un actionneur est une tâche délicate qui nécessite des connaissances pluridisciplinaires. Il est impossible de mettre sous forme d'équations toutes les considérations économiques, politiques et sociales qui jouent en pratique un rôle déterminant dans la sélection de ses constituants. C'est pourquoi il faut être conscient que les arguments techniques ne permettent que de faire ressortir les solutions potentielles, le choix final étant obtenu de façon itérative plutôt que par une utopique synthèse directe.

À partir de ce point, le développement sera conduit dans le cas générique du **vérin double tige symétrique associé à un distributeur à caractéristique linéaire symétrique**. La transposition au mouvement de rotation pourra être conduite tel que décrit dans [S 7 531] (encadré 2).

## 4.1 Spécification de la charge mécanique

La spécification de la charge mécanique à activer doit définir le domaine de fonctionnement à couvrir par l'actionneur en vue de son dimensionnement en puissance. Selon les cas, elle peut être donnée par une combinaison des informations suivantes, à réaliser au niveau de la charge :

- l'effort bloqué  $F_{c0}$  (N) ou charge d'arrêt (sans mouvement de charge) et la vitesse à vide  $v_{c0}$  (m/s) (sans effort antagoniste) ;
- la vitesse nominale  $v_{cn}$  (m/s) et l'effort nominal  $F_{cn}$  (N) ;
- un tableau de données force/vitesse, caractéristique des cycles à réaliser. Pour rendre compte de la dynamique de ces cycles il est intéressant de disposer également de l'information « temps ». De même, il est important de disposer de l'information « course absolue » dans le cas de l'utilisation de vérins.

## 4.2 Limites en forts signaux

Deux types de limitation s'appliquent aux constituants de l'actionneur :

- des *contraintes absolues* (impossibles à dépasser) qui traduisent des limitations physiques (arrivée en butée d'un vérin, pression nulle, etc.) ;
- des *recommandations* (que rien de physique n'empêche de ne pas satisfaire) liées aux conditions d'utilisation du composant pour garantir sa durée de vie.

### 4.2.1 Aspect régime établi

#### 4.2.1.1 Distributeur hydraulique

On suppose que le dimensionnement de la centrale hydraulique n'impose pas de limitation de puissance sur l'actionneur. Comme le montre la figure 10, le distributeur agit en insérant deux restrictions modulées par le signal de commande, sur le trajet du fluide alimentation → vérin → retour. Il réalise donc un pont à quatre branches dont seulement deux sont actives à la fois. En statique, le débit moyen échangé avec l'actionneur est alors défini par la caractéristique statique du modulateur :

$$Q = K_{QU_0} U \sqrt{1 - \frac{\Delta P}{P_{au}}} \operatorname{sgn}(U) \quad (27)$$

où :  $P_{au} = P_a - P_r$  et  $\Delta P = P_1 - P_2$

avec  $K_{QU_0}$  ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1/2} \cdot \text{V}^{-1}$ ) le gain de distributeur de référence,

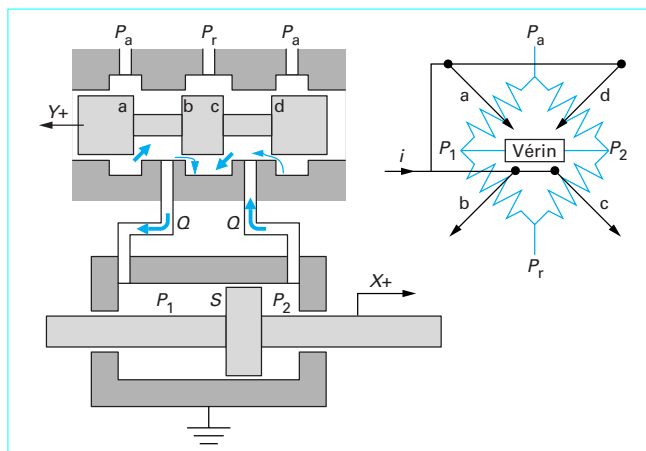


Figure 10 – Ensemble distributeur/vérin

$P_a$ (Pa)	la pression d'alimentation,
$P_r$ (Pa)	la pression de retour,
$P_{au}$ (Pa)	la pression d'alimentation utile,
$P_1$ (Pa)	la pression dans la chambre 1,
$P_2$ (Pa)	la pression dans la chambre 2,
$\Delta P$ (Pa)	la pression différentielle dans le vérin,
$U$ (V)	la tension de commande du modulateur.

On définit alors le débit nominal  $Q_n$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) comme le débit qui traverse le distributeur grand ouvert (commande  $U_n$ ) lorsqu'il est le siège d'une chute de pression totale (à l'aller et au retour) égale à la pression de définition nominale  $P_n$  (Pa). Pour les servovalves,  $P_n$  est fixée à 70 bar et  $Q_n$  suit une progression entre 1 et 250 L/min.

La **limite de puissance imposée par le distributeur** est finalement fixée par le **débit nominal**  $Q_n$  et par sa **pression d'alimentation utile**  $P_{au}$  sous la forme :

$$Q = \frac{Q_n}{\sqrt{P_n}} \frac{U}{U_n} \sqrt{P_{au} - \Delta P \operatorname{sgn}(U)} \quad \text{avec } -U_n \leq U \leq U_n \quad (28)$$

Le débit nominal définit la zone de fonctionnement du modulateur de puissance pour laquelle les performances sont garanties. Si le signal de commande du distributeur est saturé à sa valeur nominale par l'électronique, on peut considérer que cette contrainte est absolue.

**Nota :** pour de nombreux modulateurs sans électronique de commande interne, le débit nominal ne correspond pas à une butée mécanique de l'organe mobile du distributeur de puissance. Il est alors possible de provoquer des ouvertures plus grandes que l'ouverture nominale en soumettant le modulateur à un signal de commande supérieur à sa valeur nominale. Cela permet éventuellement de gagner quelques pour-cent en cas de léger sous-dimensionnement. À l'inverse, le débit nominal n'est pas une indication absolue de la limite de puissance imposée par le distributeur. En cas de panne active, le distributeur peut fournir un débit supérieur à celui prévu par l'équation (27) et conduire la charge en survitesse !

On montre que la puissance hydraulique transmise à l'actionneur

est maximale lorsque  $\Delta P = \frac{2}{3} P_{au}$  et qu'elle vaut :

$$\mathcal{P}_{\max} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{Q_n}{\sqrt{P_n}} P_{au}^{3/2} \quad (29)$$

avec  $\mathcal{P}_{\max}$  (W) la puissance transmise maximale.

Le rendement du distributeur étant donné par  $\eta_d = \Delta P / P_{au}$ , il vaut donc 66 % au point de transfert de puissance maximal. La puissance apparente de l'actionneur (vitesse à vide × effort bloqué), égale à

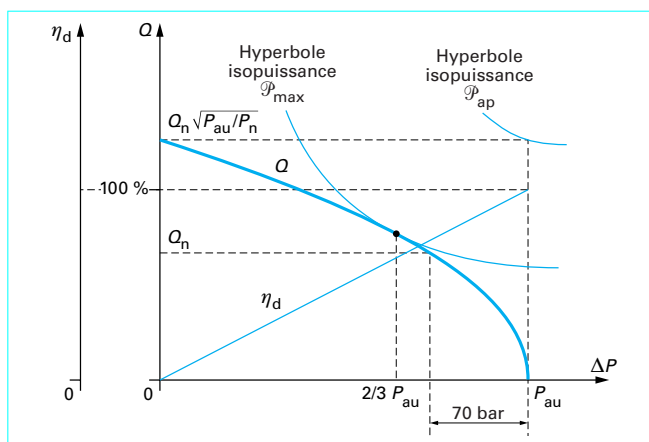


Figure 11 – Caractéristique de puissance d'un distributeur hydraulique

$P_{ap} = Q_n P_{au}^{3/2} / \sqrt{P_n}$  lui confère une souplesse (ou ouverture) de  $P_{max}/P_{ap} = 0,386$ . Ces éléments sont indiqués sur la figure 11 pour un cadran moteur et un signal de commande nominal positif (la caractéristique de débit est symétrique par rapport à l'origine du repère).

#### 4.2.1.2 Transformateur hydromécanique

Les vérins ou les moteurs hydrauliques sont essentiellement soumis à des contraintes de recommandation d'utilisation :

- vitesse maximale (ou débit maximal) pour limiter l'usure des joints, des guidages ou des paliers et les efforts dynamiques ;
- effort maximal (ou pression moyenne et différentielle maximale) pour la tenue statique aux efforts ;
- puissance maximale pour l'évacuation de la chaleur engendrée par les différentes pertes énergétiques.

Ces contraintes définissent un domaine de fonctionnement continu et éventuellement un domaine de fonctionnement intermittent

(sans que la notion d'intermittence soit définie identiquement par tous les constructeurs). La seule contrainte absolue concerne la course de butée à butée pour les vérins.

Le domaine de fonctionnement se présente sous la forme de diagrammes « en coquille » (figure 12), qui inclut les rendements mécanique  $\eta_m$ , volumétrique  $\eta_v$  ou global  $\eta_g$ . Dans un cadran moteur :

$$F_v = \eta_m S \Delta P \text{ et } v_v = \eta_v Q / S \quad (30)$$

avec  $F_v$  (N) l'effort développé par le vérin,

$v_v$  (m/s) la vitesse d'élongation du vérin,

et dans un cadran frein :

$$F_v = S \Delta P_v / \eta_m \text{ et } v_v = Q / S \eta_v \quad (31)$$

avec  $\eta_g = \eta_m \eta_v$

Ainsi, le **transformateur hydromécanique** est caractérisé du point de vue puissance par sa **cylindrée unitaire**  $S$  (ou  $V_0$ ) et au second ordre par ses **rendements** mécanique  $\eta_m$  et volumétrique  $\eta_v$ .

#### 4.2.1.3 Transmission mécanique

Comme dans le cas précédent, les contraintes sont liées aux recommandations d'utilisation. Dans un cadran moteur :

$$F_c = \eta_m N F_v \text{ et } v_c = \eta_c v_v / N \quad (32)$$

avec  $F_c$  (N) l'effort développé par l'actionneur sur la charge,

$N$  le rapport de transmission cinématique,

$v_c$  (m/s) la vitesse de la charge,

$\eta_m$  le rendement mécanique de la transmission,

$\eta_c$  le rendement cinématique de la transmission,

et dans un cadran frein :

$$F_c = N F_v / \eta_m \text{ et } v_c = v_v / \eta_c N \quad (33)$$

Dans le cas de réducteurs de vitesse de rapport élevé ( $N \gg 1$ ), il faut prendre garde au rendement mécanique inverse qui peut tendre vers 0 sous l'effet de l'irréversibilité de la transmission. À noter que le rendement cinématique est en général unitaire.

Ainsi, la **transmission mécanique** est caractérisée du point de vue puissance par son **rapport**  $N$  et au second ordre par ses **rendements** mécanique  $\eta_m$  et cinématique  $\eta_c$ .

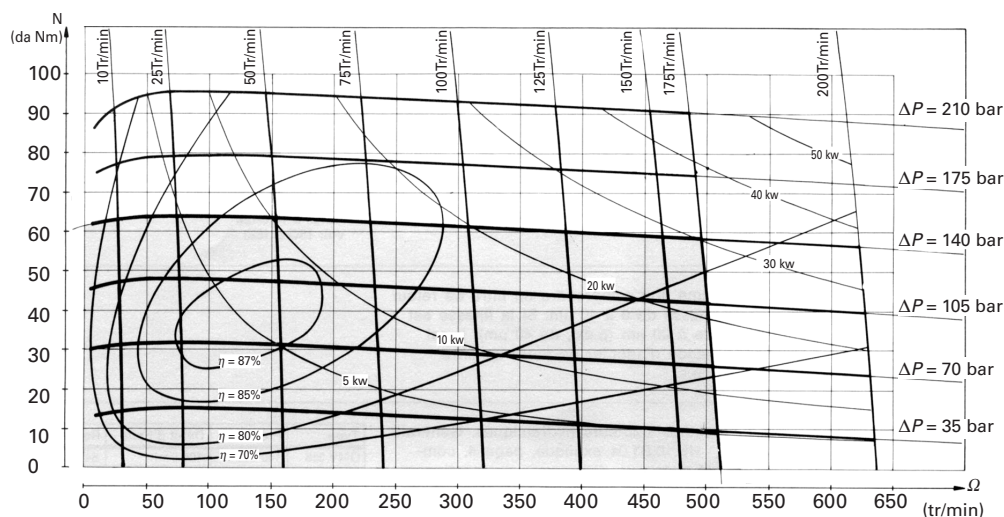


Figure 12 – Caractéristique d'un moteur hydraulique (doc. Danfoss)

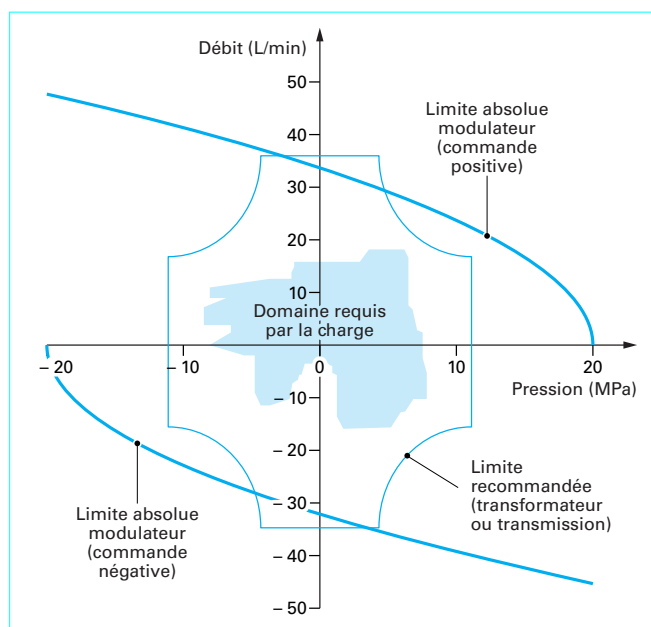


Figure 13 – Dimensionnement en puissance dans le plan de charge hydraulique

#### 4.2.1.4 Capacité puissance de l'actionneur par rapport à la charge

En combinant l'ensemble des contraintes relatives à chaque constituant de l'actionneur, on définit la capacité puissance, au niveau de la charge, par le quadruplé  $(Q_n, P_{au}, N, S)$ . Cette caractéristique, tracée dans le plan de puissance mécanique  $(F_c, v_c)$  doit couvrir, au moins au niveau des contraintes absolues, la caractéristique requise par l'application. Il est également possible d'exprimer ces résultats dans le plan puissance hydraulique qui s'avère souvent plus utile (figure 13).

Sur cet exemple, il est clair que la solution adoptée :

- couvre les besoins de la charge avec des marges importantes en vitesse, effort et puissance ;
- peut conduire la charge hors du domaine recommandé de vitesse et de puissance.

Cette approche ne prend en compte que des aspects « régime établi ». Dans le cas de cycles particulièrement dynamiques, il est impératif d'introduire le débit de compressibilité (variations rapides d'effort dans le temps), les efforts d'inertie dans l'actionneur (variation rapide des vitesses), etc.

Les aspects « course » n'apparaissent pas explicitement ici. On peut par exemple obtenir ces informations par intégration de la vitesse par rapport au temps dans le cas de cycles connus.

Les cycles « idéaux » du cahier des charges sont lissés en pratique par la dynamique de l'actionneur. Même en restant dans la précision requise, les transitoires de puissance effectifs peuvent être sensiblement plus bas que ceux du cahier des charges. Il faut donc prendre garde aux spécifications présentant des relevés de cycles avec des zones anguleuses qui peuvent inciter à un surdimensionnement.

#### 4.2.2 Performances limites fréquentielles

Si l'on suppose la charge connue et que l'on opère dans le domaine fréquentiel (la grandeur asservie est sinusoïdale), il est

possible d'évaluer pour chaque fréquence, l'amplitude maximale de la grandeur de sortie que l'actionneur peut produire. Dans le cas général de l'asservissement de position d'une charge inertielle par un vérin linéaire symétrique, on peut alors écrire :

- **caractéristique distributeur** (dynamique négligée) :

$$Q = \frac{Q_n}{U_n \sqrt{P_n}} U \sqrt{P_{au} - \Delta P \operatorname{sgn}(U)} \quad (34)$$

sous la contrainte  $-U_n \leq U \leq U_n$

- **caractéristique mécanique** (charge inertielle) :

$$SN \Delta P = m \gamma_c \quad (35)$$

sous la contrainte  $-\alpha_p P_{au} < \Delta P < \alpha_p P_{au}$

pour écarter les risques de surpression ou de cavitation

avec  $m$  (kg) la masse équivalente en mouvement au niveau de la charge,

$\alpha_p$  le coefficient de marge de pression inférieur à 1 (typiquement 0,7),

$\gamma_c$  (m/s<sup>2</sup>) l'accélération de la masse mobile.

La résolution numérique de ces équations permet d'y intégrer également des éventuels efforts élastiques, visqueux ou permanents ;

- **mouvement sinusoïdal** :

$$X_c = X_{c0} \sin(2\pi f t) \quad (36)$$

avec  $f$  (Hz) la fréquence,

$X_{c0}$  (m) l'amplitude du mouvement  $X_c$  de la charge.

La combinaison de ces équations définit alors trois limites asymptotiques (figure 14) qui caractérisent le domaine fréquentiel atteignable :

- limite de position (a) (butée de vérin) :

$$-X_{\max} < X_{c0} < X_{\max}$$

avec  $X_{\max}$  (m) l'amplitude maximale de déplacement de la charge (butée vérin ou autre) ;

- limite de vitesse (b) (de débit) :

$$X_{c0} \leq \frac{Q_n}{2\pi N S f} \sqrt{\frac{P_{au}}{P_n}}$$

- limite d'accélération (c) (de pression) :

$$X_{c0} \leq \frac{N S P_{au} \alpha_p}{4\pi^2 m f^2}$$

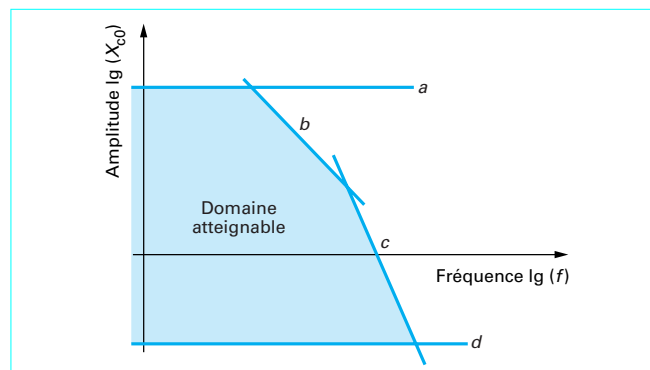


Figure 14 – Réponse en fréquence limite

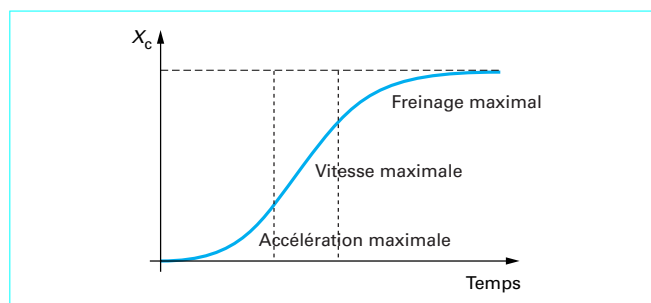


Figure 15 – Temps de réponse optimal

Il conviendrait d'y ajouter les limites en petits signaux ( $d$ ) et les limites engendrées par la compressibilité du fluide et la dynamique du modulateur.

### 4.2.3 Performances limites temporelles

Au besoin, le temps de réponse limite peut être borné analytiquement, hors compressibilité et pertes énergétiques, en considérant que la réponse à l'échelon comporte trois phases selon la figure 15. Dans le cas d'une charge inertielle, soumise à un effort extérieur, cette approche donne :

- accélération maximale, distributeur grand ouvert :

$$\gamma_{c \max} = (\alpha_p NS P_{au} - F_e)/m$$

avec  $F_e$  (N) l'effort extérieur appliqué à la charge ;

- éventuellement, vitesse maximale :

$$v_{c \max} = \frac{Q_n}{NS} \sqrt{\frac{P_{au} - (F_e/NS)}{P_n}}$$

- décélération maximale, freinage au couple maximal :

$$\gamma_c = (-\alpha_p P_{au} NS - F_e)/m$$

**Nota :** ce profil est pénalisant et peu réaliste car il engendre des discontinuités d'accélération en début et en fin de phase. Le résultat de ce calcul peut néanmoins constituer un point de repère utile pour la comparaison avec le temps de réponse spécifié.

## 4.3 Performances limites en petits signaux

Les défauts statiques de chacun des constituants de l'actionneur altèrent sa capacité à répondre avec précision à de très faibles signaux de consigne, entraînant une dégradation de la précision statique ou même des microvibrations. L'adjonction dans la commande d'une composante intégrale peut éventuellement réduire ces effets mais elle engendre alors un cycle limite d'oscillations dont l'amplitude ne sera pas contrôlable. Il convient donc de savoir évaluer l'effet de ces défauts.

### 4.3.1 Résolution, seuil ou biais de capteur

L'information perçue par la commande concernant la grandeur à contrôler est entachée d'une erreur globale de  $e_c$  (biais, résolution de capteur et de conversion analogique-numérique...). Cet effet, inconnu de la commande, ne peut donc être compensé par elle.

### 4.3.2 Seuil ou hystérésis de modulateur

La servovalve ou le distributeur proportionnel requièrent un signal de commande minimum pour produire effectivement une variation d'ouverture du distributeur de puissance. En l'absence de gain intégral, l'erreur sur la grandeur contrôlée qui en découle sera égale à :

$$e = U_s/K_a \quad (37)$$

avec  $e$  (selon application) l'écart sur la grandeur asservie,

$K_a$  (selon application) le gain statique liant l'écart d'asservissement à la commande de distributeur,

$U_s$  (V) le seuil de commande de modulateur.

**Exemple :** si  $U_s/U_n$  vaut typiquement 3 %, un ordre de grandeur de l'erreur due au seuil est donc donné par  $e = 0,03 U_n/K_a$ .

### 4.3.3 Frottement de démarrage ou effort extérieur permanent

Au voisinage de l'ouverture nulle, la caractéristique de distributeur (27) prévoit  $\Delta P = P_{au} \operatorname{sgn}(U)$  pour  $Q = 0$ . En pratique, l'évolution de la pression différentielle est plus continue au voisinage de l'ouverture nulle, sous l'effet combiné du jeu tiroir-chemise, des arrondis des arêtes de distribution et de la réduction du coefficient de débit aux bas nombres de Reynolds. Cette limitation est quantifiée par le relevé du gain en pression du modulateur qui définit la relation entre l'augmentation de la pression différentielle à l'utilisation et le signal de commande, pour un débit d'utilisation nul et au voisinage du zéro hydraulique ( $P_1 = P_2$ ) :

$$K_{PU} = \Delta P/U \quad (38)$$

avec  $K_{PU}$  (Pa/V) gain en pression du distributeur.

Ce gain vaut typiquement 40 %  $P_{au}$  pour 1 %  $U_n$  (soit  $K_{PU} U_n / P_{au} = 40$ ). Malgré sa valeur élevée, il introduit une erreur permanente lorsque l'actionneur doit engendrer un effort statique. En particulier, si l'effort nécessaire au démarrage de la charge est égal à  $F_d$  (N), la différence de pression requise pour vaincre cet effort vaut, au rendement près,  $\Delta P = F_d/NS$ . Le démarrage requiert donc un signal de commande  $U = F_d/NSK_{PU}$ . En l'absence d'action intégrale, l'erreur sur la grandeur contrôlée qui en découle sera alors égale à :

$$e = F_d/NSK_{PU}K_a \quad (39)$$

En présence de fuites modérées sur le transformateur (cas du moteur hydraulique ou présence d'une plaque à fuite pour un vérin), le calcul analytique est impossible car le distributeur fonctionne en statique en régime intermédiaire au voisinage de l'ouverture nulle (débit de fuite et chute de pression à la charge simultanément). Seule la simulation non linéaire d'un modèle capable de reproduire correctement la caractéristique hydraulique au voisinage de l'ouverture nulle permet alors de prédire l'erreur correspondante.

### 4.3.4 Erreur totale

La somme des écarts introduits par ces différents défauts statiques permet d'évaluer la plus petite variation  $e_t$  de grandeur à contrôler que l'actionneur est capable de réaliser sans action intégrale :

$$e_t = e_c + (U_s/K_a) + (F_d/NSK_{PU}K_a) \quad (40)$$

Cette constante peut être intégrée sur la figure 14 pour définir, au rendement près, la limite basse ( $d$ ) du domaine atteignable.

La notion de bande proportionnelle  $e_p$  définit l'écart d'asservissement requis pour fournir le signal de commande nominal au modulateur. C'est un indicateur utile de la criticité de la conception.

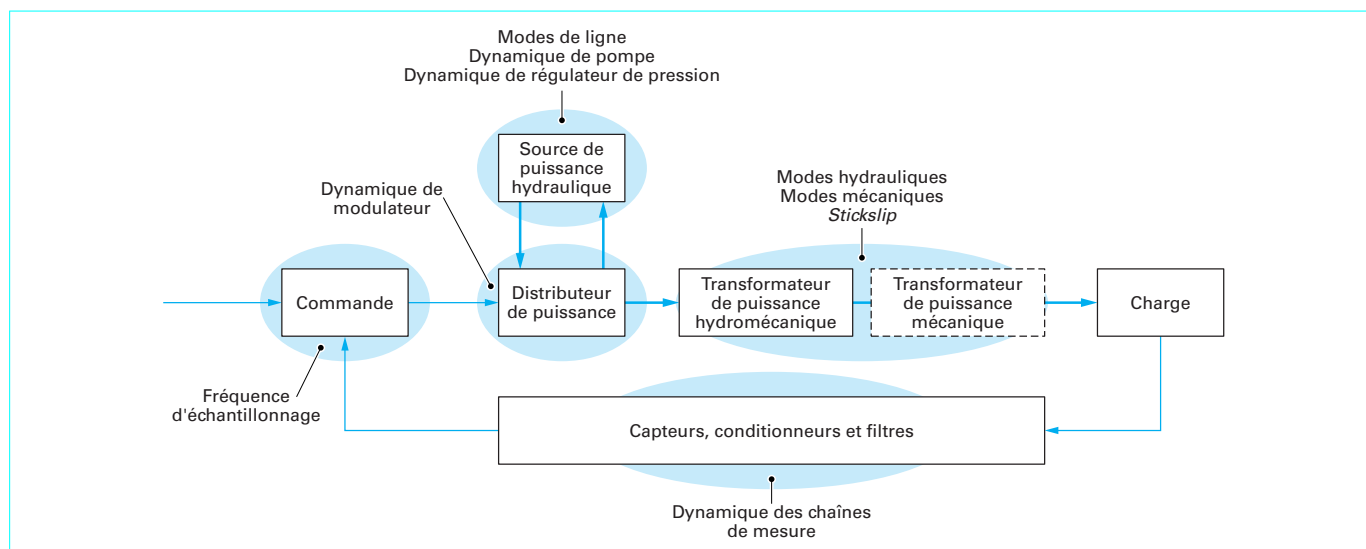


Figure 16 – Effets dynamiques imposés par les choix techniques

Avec les valeurs pratiques précédentes, l'erreur totale maximale peut être évaluée en utilisant l'expression :

$$e_t = e_c + \left(0,03 + \frac{F_d}{40NSP_{au}}\right)e_p \quad (41)$$

Une estimation de la valeur du gain de commande proportionnel, nécessaire à l'évaluation de la bande proportionnelle, est donnée par le calcul préliminaire de la commande qui est présenté dans l'article suivant [S 7 531]. L'exemple fréquent d'application critique concerne l'asservissement précis, en position ou en effort, d'une charge pouvant être animée d'une vitesse élevée.

#### 4.3.5 Résolution hydromécanique en position

La combinaison du frottement sec de l'actionneur avec sa raideur hydromécanique (§ 5) produit aux basses vitesses, un effet d'avance saccadée (phénomène de *stick slip*). Une valeur de référence peut être élaborée en calculant :

$$X_s = F_d/r_h \quad (42)$$

avec  $X_s$  (m) la référence de saut de position dû au frottement sec,

$r_h$  (N/m) la raideur hydromécanique de l'actionneur au niveau de la charge (§ 5.1.1).

**Exemple** : pour une raideur hydraulique usuelle de  $10^6$  N/m et un frottement de démarrage de la charge de 200 N, cette référence est égale à 200  $\mu$ m (si  $N = 1$ ).

## 5. Conditionnement modal

Comme le montre la figure 16, les différents constituants de l'actionneur et la manière dont ils sont associés produisent des effets dynamiques spécifiques qui limitent également les performances de l'actionneur commandé. Indépendamment de la génération et de la distribution hydraulique, il est facile d'élaborer un tableau des fréquences ou des effets dynamiques caractéristiques :

- des modes vibratoires naturels de la partie hydromécanique ;

- de la dynamique du modulateur de puissance ;
- de la dynamique des chaînes de mesure ;
- des restrictions dynamiques imposées par la commande numérique.

Cette « cartographie dynamique » fournit alors des points de repère précieux pour l'analyse et la prise de décision lors de la synthèse de la commande. C'est le conditionnement modal. Cette approche s'appuie sur des considérations préliminaires (développées dans [S 7 531]) pour faire émerger des choix cohérents avec le cahier des charges. En premier lieu, l'analyse vibratoire hydromécanique apporte des éléments de décision qui viennent s'ajouter aux développements relatifs au dimensionnement en puissance pour la spécification de la partie hydromécanique. La seconde étape permet ensuite de spécifier les moyens de mesure et de commande.

## 5.1 Analyse vibratoire hydromécanique

### 5.1.1 Raideur et pulsation propre hydraulique

Dans les moteurs ou dans les vérins, l'effet capacitif du fluide hydraulique se combine avec l'effet transformateur hydromécanique pour produire sur l'organe mobile un effet capacitif mécanique : le distributeur étant fermé, la charge semble liée au corps du moteur ou du vérin par un ressort. C'est la manifestation de la raideur hydromécanique. Son expression analytique est établie à partir du théorème de la résultante (26) et de l'équation d'état du fluide (14) appliqués à la chambre considérée. On obtient alors, pour un domaine de volume  $V$  et de surface mobile  $S$  :

- au niveau du vérin :

$$r_h = \frac{\beta S^2}{V} \quad (43)$$

- au niveau de la charge :

$$r_h = \frac{\beta N^2 S^2}{V} \quad (44)$$

avec  $r_h$  (N/m) la raideur hydraulique.

Dans le cas d'un vérin double effet, les raideurs de chacune des chambres 1 et 2 agissent en parallèle et produisent une raideur globale au niveau du vérin :

$$r_h = r_{h1} + r_{h2} = \beta \left( \frac{S_1^2}{V_1} + \frac{S_2^2}{V_2} \right) \quad (45)$$

La raideur hydraulique dépend donc du coefficient de compressibilité, sensible à l'aération et à la pression de service mais aussi des volumes des chambres qui évoluent au cours de la sortie de tige. Cette dernière dépendance est globalement absente dans les moteurs dont le volume des chambres est constant, aux effets de commutation près. Compte tenu de la faible compressibilité du fluide, la raideur hydraulique est très importante. Il est fréquent d'identifier des valeurs de quelque  $10^6$  N/m pour les vérins ou quelque  $10^5$  N · m/rad pour les moteurs.

Lorsqu'elle est seule présente, la raideur hydraulique, combinée à la masse équivalente en mouvement, produit un mode vibratoire hydromécanique, de pulsation naturelle :

$$\omega_h = \sqrt{\frac{r_h}{m}} \quad (46)$$

Compte tenu de la forte valeur de la raideur hydromécanique, cette pulsation est relativement élevée. Dans les applications courantes, les dissipations engendrées par le frottement ou les fuites sont telles que ce mode est naturellement très peu amorti. On identifie fréquemment des coefficients d'amortissement réduits compris entre 0,05 et 0,3.

### 5.1.2 Effets d'ancrage et de transmission

L'ancrage du corps du moteur ou du vérin sur la structure porteuse et la transmission mécanique entre l'arbre moteur ou la tige de vérin et la charge à mouvoir peuvent présenter des effets élastiques qui ont des conséquences non négligeables sur les performances globales.

La figure 17 donne un exemple avec transformation de mouvement translation/rotation. Elle montre qu'il s'agit d'un problème vibratoire classique à trois masses (corps de vérin, tige et inertie de charge) et quatre ressorts (raideur d'ancrage, raideur hydraulique, raideur de transmission et éventuellement raideur de charge). La résolution de l'équation matricielle suivante fournit alors les trois modes propres et la base modale qui sont caractéristiques du montage :

$$\begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 \\ 0 & m_t & 0 \\ 0 & 0 & I_c/N^2 \end{bmatrix} \ddot{x}^2 + \begin{bmatrix} r_a + r_h & -r_h & 0 \\ -r_h & r_h + r_t & -r_t \\ 0 & -r_t & r_t + (r_c/N^2) \end{bmatrix} x = 0 \quad (47)$$

avec  $m_b, m_t$  (kg) les masses du corps et de la tige du vérin,  
 $I_c$  (kg · m<sup>2</sup>) l'inertie de la charge mobile en rotation ( $m_c = I_c/N^2$ ),  
 $r_a, r_t$  (N/m) les raideurs d'ancrage et de transmission (ramenées sur la tige),  
 $r_c$  (m · N/rad) la raideur de charge en rotation.

Contrairement aux moteurs, il convient pour les vérins, d'évaluer l'effet de la variation de la raideur hydromécanique en fonction de la position de la charge sur les fréquences de ces modes propres.

En pratique, le premier mode correspond souvent au mode hydromécanique, dominé par la combinaison des effets  $r_h$  et  $(m_t + I_c/N^2)$ . Dans les applications aéronautiques, la réduction des raideurs structurales  $r_a$  et  $r_t$  induite par les contraintes de masse, peut cependant diviser la fréquence de ce mode par 2. Le mode de

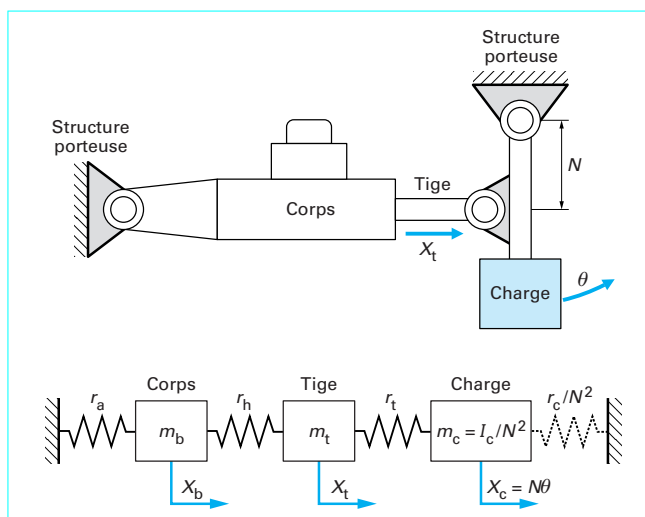


Figure 17 - Modèle vibratoire d'un actionneur hydraulique

tige correspond fréquemment à une oscillation haute fréquence, sans mouvement de corps ou de charge, que l'on peut négliger par la suite.

À l'issue du dimensionnement en puissance et du conditionnement modal, il est recommandé que l'actionneur spécifié présente un premier mode vibratoire naturel de fréquence supérieure (par exemple de 50 %) à la bande passante requise pour l'actionneur asservi.

## 5.2 Autres effets dynamiques

### 5.2.1 Bande passante du modulateur

La bande passante du distributeur proportionnel ou de la servo-valve limite les possibilités de contrôle des variables d'état les plus dynamiques de l'actionneur. La spécification de la bande passante a donc des conséquences directes sur les performances de l'asservissement réalisé. Comme elle diminue généralement en fonction du débit nominal, il est particulièrement important de ne pas surdimensionner le modulateur. La bande passante peut atteindre plusieurs dizaines de hertz pour les distributeurs et quelques centaines de hertz pour les meilleures servovalves.

### 5.2.2 Dynamiques des chaînes de mesure

Les dynamiques des chaînes complètes de mesure (capteur, conditionneur et filtre) sont surtout pénalisantes par les déphasages qu'elles introduisent. Ces derniers dégradent les **marges de stabilité** des boucles utilisant les signaux qu'elles fournissent. Malheureusement, il est souvent difficile d'obtenir des informations précises de la part des constructeurs qui ne raisonnent souvent qu'en terme d'amplitude (bande passante).

Un autre point important réside dans la modification des caractéristiques qui résulte de l'installation des divers capteurs. C'est notamment le cas des capteurs d'effort insérés entre l'actionneur et la charge qui introduisent une élasticité de transmission supplémentaire, qu'il convient également de spécifier pour ne pas altérer les modes mécaniques.

### 5.2.3 Limitations dynamiques liées à la commande numérique

Du point de vue dynamique, la commande par ordinateur introduit un retard pur équivalent à une demi-période d'échantillonnage. Il faut de plus rajouter à cette valeur les temps de conversion analogique-numérique et numérique-analogique ainsi que le temps de calcul de la commande. L'usage impératif de filtres antirepliement efficaces introduit également un déphasage qui s'ajoute aux précédents pour finalement produire un total **rarement négligeable**.

**Exemple** : il est intéressant de procéder au calcul suivant : sur un système asservi, on désire limiter à  $10^\circ$  le déphasage introduit par l'adoption d'une commande numérique, à la pulsation  $\omega_c$  à laquelle la marge de phase est mesurée. Les filtres antirepliement sont de type Butterworth d'ordre 3 et le retard matériel et logiciel sont supposés négligeables. Le calcul montre alors que la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure à 41 fois la fréquence  $\omega_c$  !

Cette dernière valeur est souvent cohérente avec les limites hautes des règles usuelles qui consistent à adopter, y compris pour les boucles internes, une fréquence d'échantillonnage :

- comprise entre 15 et 25 fois la bande passante requise en boucle fermée ;
- fournissant 10 à 15 échantillons sur la réponse à l'échelon.

### 5.2.4 Excitations dynamiques

Comme il a été dit au paragraphe 2, l'actionneur est lui-même source d'excitation dynamique.

■ Les effets de commutation spécifiques aux pompes ou aux moteurs engendrent des perturbations dépendantes de la position du rotor.

**Exemple** : pour un moteur à sept pistons, on observe au cours d'un tour, sept pics de couple (commutation des chambres) et quatorze ondulations de couple (variation de la cylindrée globale sous l'effet de la combinaison des pistons actifs).

À certaines vitesses de rotation, ces perturbations excitent et entretiennent les vibrations des modes hydrauliques et mécaniques. Ce problème se manifeste en particulier dans le cas de l'association d'un moteur à pistons axiaux et d'un réducteur mécanique. Il convient donc, lorsque cela est possible, d'éviter par conception que les modes naturels soient excités par ces commutations dans la plage de vitesse utile.

**Exemple** : pour le moteur précédent, si le premier mode hydraulique ou mécanique se situe à 10 Hz, la première vitesse critique correspond à 43 tr/min (ondulations) ou à 86 tr/min (pics).

■ Le *stickslip*, né du couplage entre le frottement sec et la raideur hydromécanique, se manifeste par une avance saccadée. Ces perturbations excitent les modes hydromécaniques à une fréquence qui dépend de la vitesse moyenne du mouvement. Les oscillations peuvent être entretenues si la fréquence des démarrages-arrêts correspond à celle d'un mode propre.

À nouveau, le conditionnement modal permet donc de déterminer les zones de fonctionnement critique et de fournir des arguments supplémentaires pour la spécification des constituants de l'actionneur.